

PORTE LOGICHE

Premessa

Le principali parti elettroniche dei computer sono costituite da circuiti digitali che, come è noto, elaborano segnali logici basati sullo 0 e sull'1.

I mattoni fondamentali dei circuiti logici sono, appunto, le porte logiche che sono in grado di soddisfare un'algebra particolare, detta *algebra binaria*, sviluppata dallo scienziato George Boole (1815-1864).

In questi appunti si introdurranno le porte logiche fondamentali in grado di svolgere le operazioni di somma, prodotto e negazione indicate, rispettivamente, con OR (somma logica), AND (prodotto logico) e NOT (negazione o complementazione).

Si descriveranno, inoltre, le porte logiche derivate NOR (OR seguito da un NOT), NAND (AND seguito da un NOT), XOR (noto come OR esclusivo o circuito di anticoincidenza), XNOR (noto come NOR esclusivo o circuito di coincidenza).

Ogni porta logica ha una o più variabili di ingresso ed una sola variabile di uscita. Le variabili di ingresso e di uscita sono di tipo digitale per cui è possibile inserire in una tabella tutte le possibili combinazioni che si possono verificare tra le variabili di ingresso. L'uscita assume il valore 0 oppure il valore 1 in corrispondenza di ciascuna combinazione delle variabili di ingresso in funzione della definizione assegnata.

Porte logiche fondamentali

Somma logica OR

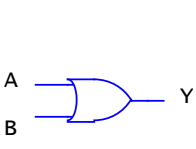
Si effettua su due o più variabili, l'uscita assume lo stato logico 1 se almeno una variabile di ingresso è allo stato logico 1.

Nel caso di due variabili di ingresso A e B, detta Y la variabile di uscita, si scrive:

$$Y = A + B$$

e si legge A or B.

Nella seguente figura si mostra la tabella della verità con le quattro possibili combinazioni tra A e B ed il simbolo logico relativo ad una porta OR a due ingressi. Nella colonna Y si sono posti i valori assunti dall'uscita Y che soddisfa la definizione della porta OR.

	A	B	Y
	0	0	0
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	1

Prodotto logico AND

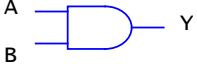
Si effettua su due o più variabili, l'uscita assume lo stato logico 1 solo se tutte variabile di ingresso sono allo stato logico 1.

Nel caso di due variabili di ingresso A e B, detta Y la variabile di uscita, si scrive la funzione logica:

$$Y = A \cdot B$$

e si legge A and B.

Nella seguente figura si mostra la tabella della verità con le quattro possibili combinazioni tra A e B ed il simbolo logico relativo ad una porta AND a due ingressi. Nella colonna Y si sono posti i valori assunti dall'uscita Y che soddisfa la definizione della porta AND.

	A	B	Y
	0	0	0
	0	1	0
	1	0	0
	1	1	1

Negazione

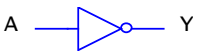
Si effettua su una sola variabile. L'uscita assume il valore logico opposto a quello applicato in ingresso.

Detta A la variabile di ingresso la negazione si scrive:

$$Y = \overline{A}$$

e si legge A negato oppure A complementato.

Nella seguente figura si mostra la tabella della verità con le due possibili combinazioni di A ed il simbolo logico relativo ad una porta NOT. Nella colonna Y si sono posti i valori assunti dall'uscita Y che soddisfa la definizione della porta NOT.

	A	Y
	0	1
	1	0

Porte logiche derivate

Le porte esposte di seguito sono composte da due o più porte fondamentali, però per la loro importanza vengono rappresentate con un simbolo proprio.

Somma logica negata NOR

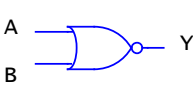
Si effettua su due o più variabili, l'uscita assume lo stato logico 0 se almeno una variabile di ingresso è allo stato logico 1. In tutti gli altri casi $Y=1$. Corrisponde ad una OR con in cascata una NOT

Per due variabili di ingresso A e B la funzione logica è:

$$Y = \overline{A+B}$$

e si legge A nor B.

Nella seguente figura si mostra la tabella della verità con le quattro possibili combinazioni tra A e B ed il simbolo logico relativo ad una porta NOR a due ingressi. Nella colonna Y si sono posti i valori assunti dall'uscita Y che soddisfa la definizione della porta NOR.

	A	B	Y
	0	0	1
	0	1	0
	1	0	0
	1	1	0

Prodotto logico negato NAND


Si effettua su due o più variabili, l'uscita assume lo stato logico 0 se tutte le variabili di ingresso sono allo stato logico 1. In tutti gli altri casi $Y=1$. Corrisponde ad una AND con in cascata una NOT

La funzione logica si scrive:

$$Y = \overline{A \cdot B}$$

e si legge A nand B.

Nella seguente figura si mostra la tabella della verità con le quattro possibili combinazioni tra A e B ed il simbolo logico relativo ad una porta NAND a due ingressi. Nella colonna Y si sono posti i valori assunti dall'uscita Y che soddisfa la definizione della porta NAND.

	A	B	Y
	0	0	1
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	0


OR esclusivo XOR

A differenza delle precedenti porte logiche, l'XOR opera solo su due ingressi. L'uscita vale 1 se gli ingressi assumono valore diverso, vale 0 se gli ingressi sono tra loro uguali. La funzione logica si scrive:

$$Y = A \oplus B$$

e si legge A or esclusivo B oppure A diverso da B.

Nella seguente figura si mostra la tabella della verità con le quattro possibili combinazioni tra A e B ed il simbolo logico relativo ad una porta XOR. Nella colonna Y si sono posti i valori assunti dall'uscita Y che soddisfa la definizione della porta XOR.

	A	B	Y
	0	0	0
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	0

Quando si studieranno i modi per ricavare la funzione logica di un circuito digitale a partire dalla sua tabella di verità, si verificherà che la funzione XOR corrisponde alla funzione:

$$Y = \overline{A}B + A\overline{B}$$

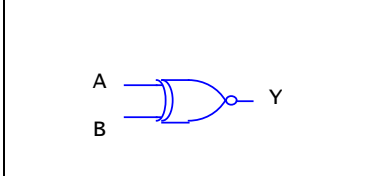
NOR esclusivo XNOR

Anche la porta XNOR opera su due soli ingressi. L'uscita vale 1 se gli ingressi assumono valore uguale, vale 0 se gli ingressi sono tra loro diversi. La funzione logica si scrive:

$$Y = \overline{A \oplus B}$$

e si legge A nor esclusivo B oppure A coincidente con B.

Nella seguente figura si mostra la tabella della verità con le quattro possibili combinazioni tra A e B ed il simbolo logico relativo ad una porta XNOR. Nella colonna Y si sono posti i valori assunti dall'uscita Y che soddisfa la definizione della porta XNOR.

	A	B	Y
	0	0	1
	0	1	0
	1	0	0
	1	1	1

Quando si studieranno i modi per ricavare la funzione logica di un circuito digitale a partire dalla sua tabella di verità, si verificherà che la funzione XOR corrisponde alla funzione:

$$Y = AB + \overline{A}B$$

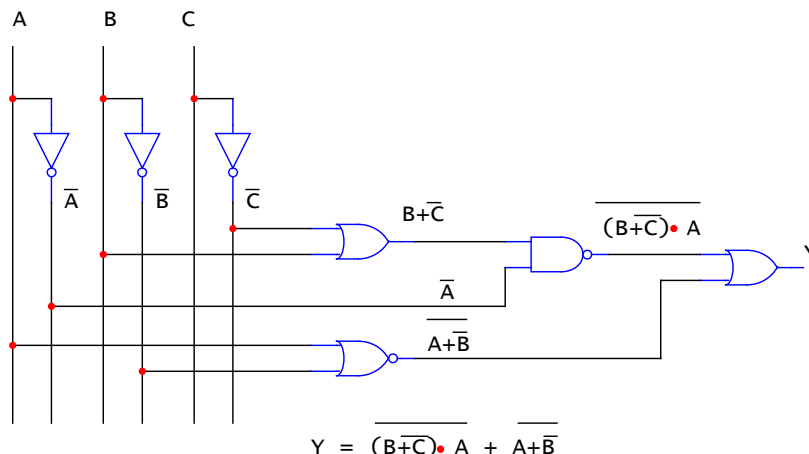
Circuiti digitali

Collegando opportunamente le porte logiche prima definite si potranno realizzare tutti i possibili circuiti digitali. Questi possono essere di due tipi:

- **Circuiti combinatori:** le uscite del circuito dipendono esclusivamente dalle entrate (ogni singola porta prima considerata è un semplice circuito combinatorio);
- **Circuiti sequenziali:** le uscite del circuito dipendono sia dalle entrate che dallo stato interno del circuito, sono ad esempio circuiti sequenziali i latch, i flip flop, i registri, le memorie, ecc. che vedremo in seguito.

Un circuito digitale sarà rappresentato dal suo schema, dalla sua funzione logica e dalla sua tabella di verità, ognuno di queste tre definirà completamente il circuito nel senso che c'è una corrispondenza fra schema, circuito e tabella di verità.

Consideriamo ad es. il seguente schema composto con le porte logiche che conosciamo:



Porte logiche

Le Porte logiche sono circuiti combinatori che svolgono funzioni elementari e costituiscono i blocchi fondamentali su cui si basa l'Elettronica digitale.

Le principali porte sono la AND, la OR e la NOT .

In linea di principio, collegando opportunamente più porte logiche si possono ottenere tutte le altre funzioni logiche.

Le porte presentano un'uscita e uno o più ingressi. La relazione fra lo stato dell'uscita e lo stato degli ingressi può essere espressa, mediante la tavola di verità (truth table) oppure mediante una vera e propria relazione algebrica.

La porta NOT presenta un solo ingresso (A) ed un'uscita (Y) ed opera nel seguente modo:

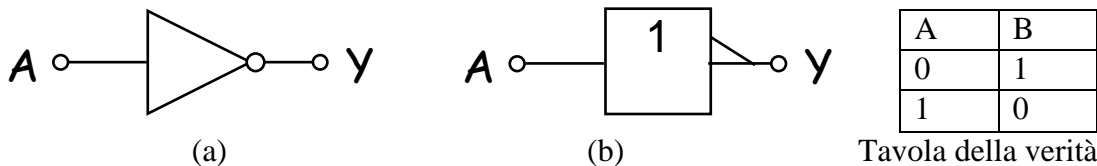
a) se all'ingresso è applicato un livello basso (L), l'uscita si porta al livello alto (H);

b) se invece all'ingresso è applicato un livello alto (H), l'uscita scende al livello basso (L).

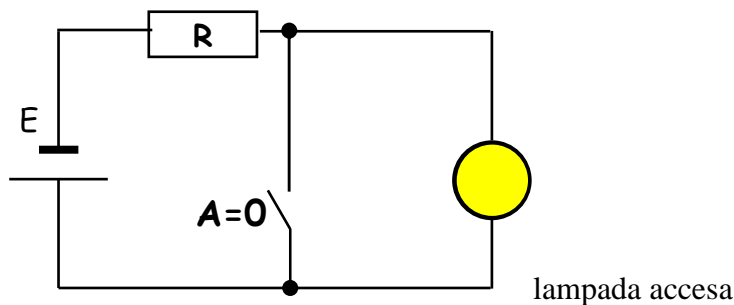
Si dice che la porta fornisce un'uscita invertita o negata o complementata rispetto all'ingresso.

Porta NOT o INVERTER

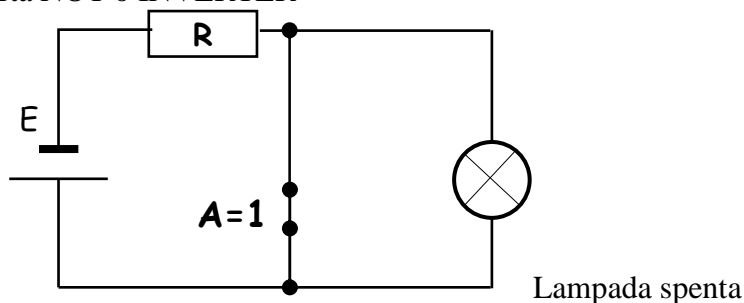
I suoi simboli standard, quello tradizionale di tipo riconoscitivo (a) e quello più recente rettangolare (b)(vedi lo standard ANSI/IEEE in NA4-1), sono illustrati in figura.



Schema a interruttori



Porta NOT o INVERTER

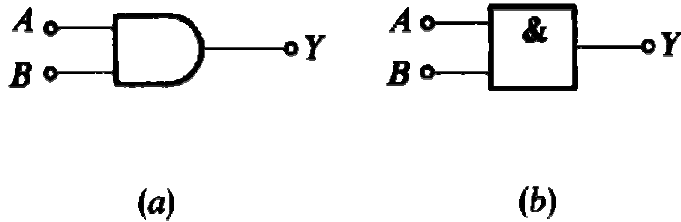


Schema a interruttori

Porte logiche Porta AND

Essa presenta due o più ingressi ad una uscita.

I suoi simboli standard, in forma riconoscitiva e in forma rettangolare, riferiti al caso di due soli ingressi, sono illustrati in fig.



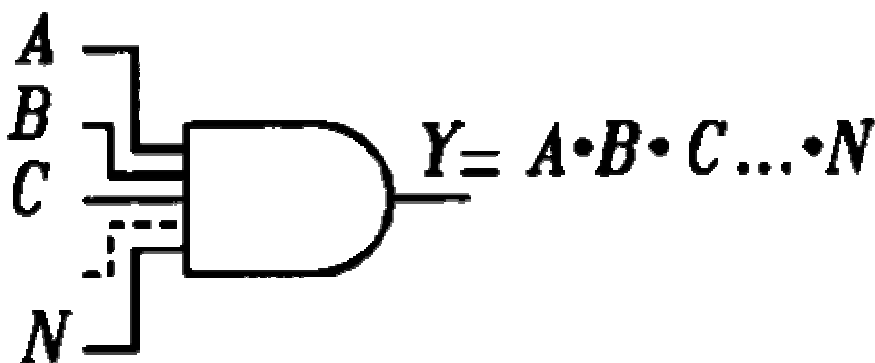
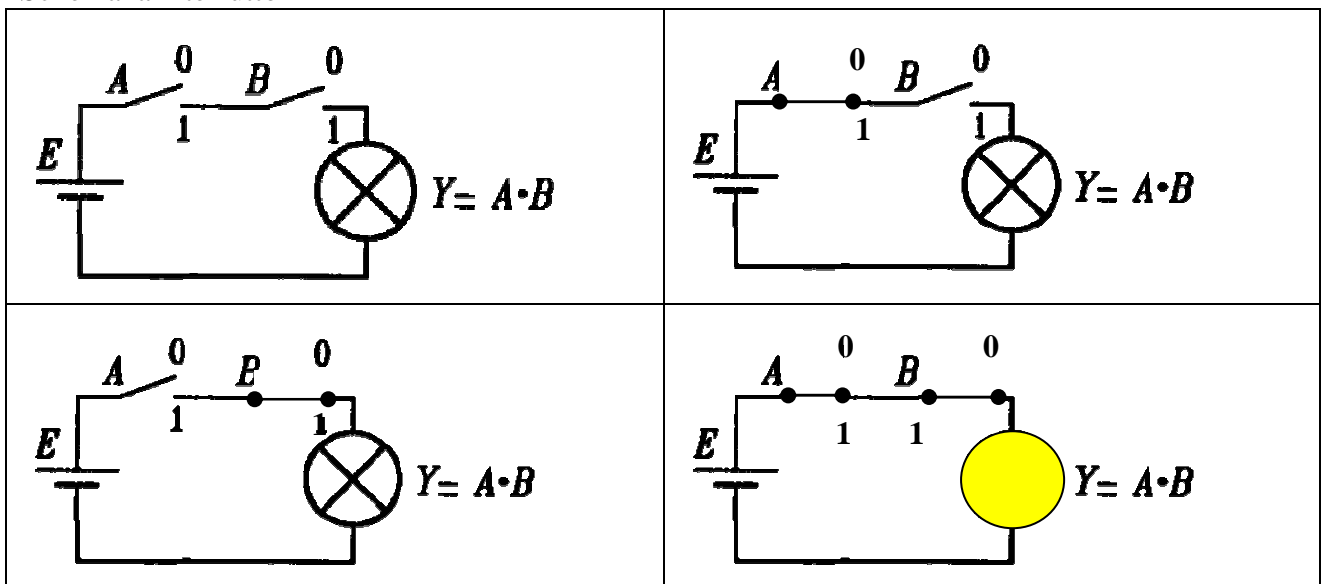
Ingressi		Uscita
A	B	Y
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

(c)

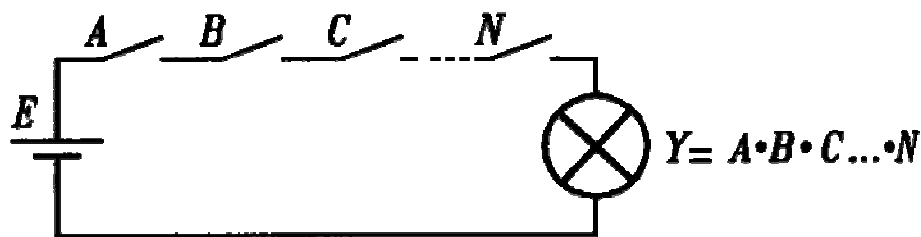
Porta AND: (a) simbolo riconoscitivo; (b) simbolo rettangolare; (c) tavola di verità.

L'uscita della porta AND si porta a livello alto (1) solo se tutti gli ingressi sono a livello alto.

Schema a interruttori



Porta AND a più ingressi

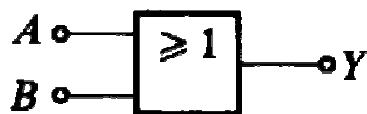


Schema a interruttori

Porta OR

Anche la porta OR presenta due o più ingressi ad una sola uscita.

Porta OR

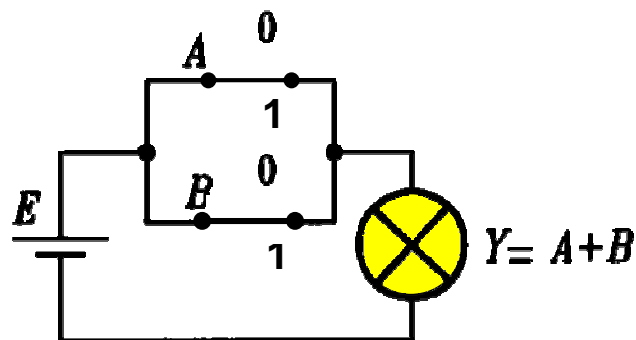
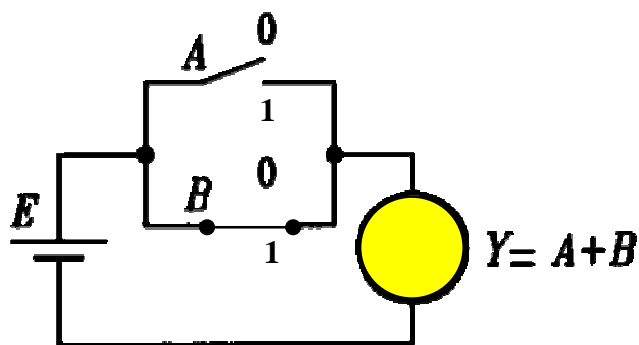
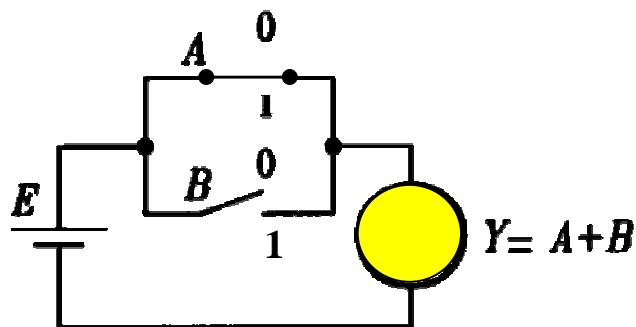
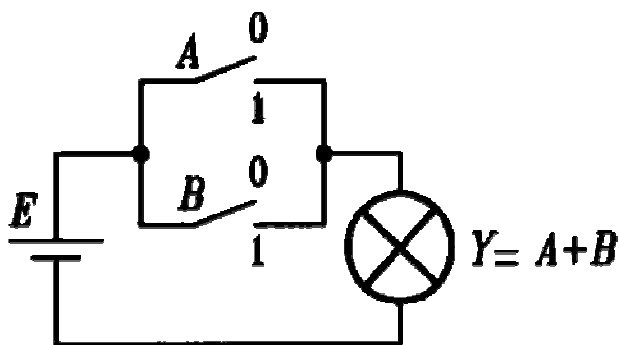


INGRESSI		USCITE
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tavola di verità.

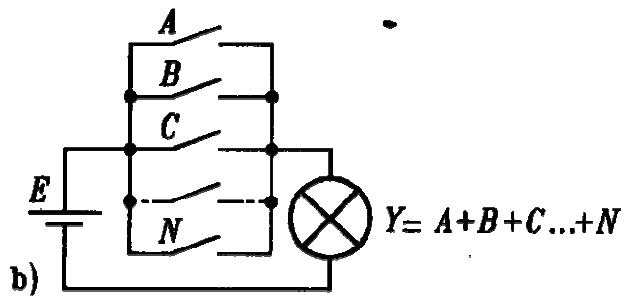
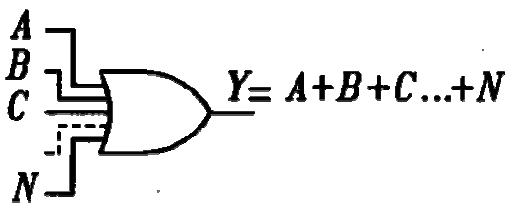
$Y=H$ se $A=H$ o (or) $B=H$ o $A=B=H$.

Schema a interruttori



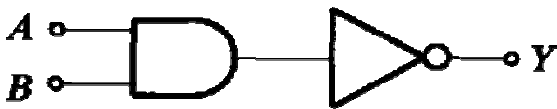
La porta logica OR rientra tra quelle che conservano la loro funzione logica anche con un numero di ingressi superiore a 2; in tal caso assume la forma fornisce lo stato «0» all'uscita solo quando gli ingressi sono tutti allo stato «0».

Schemi



Porta NAND.

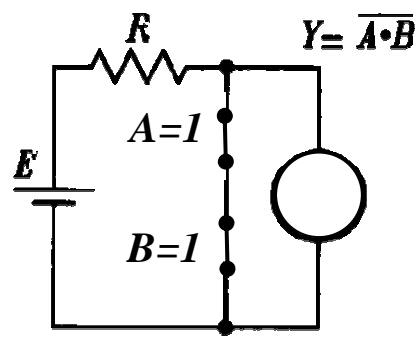
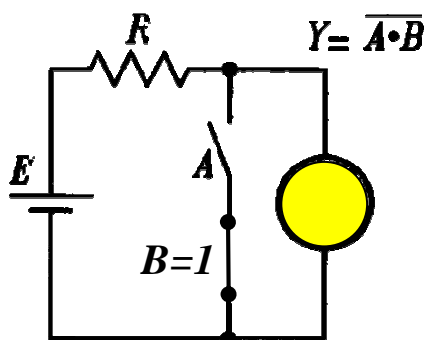
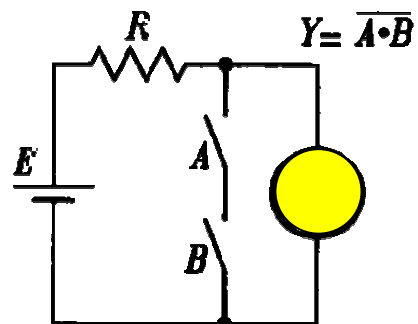
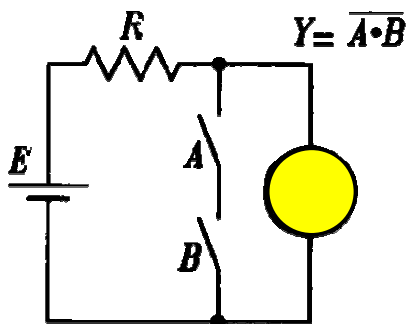
Essa può essere considerata costituita da una porta AND seguita da una porta NOT, che provvede a invertire l'uscita



Ingressi		Uscite
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

La sua tavola di verità si ricava pertanto negando quella della AND.

Schema ad interruttori



Porta NOR

È ottenuta negando con una porta NOT l'uscita della porta OR.

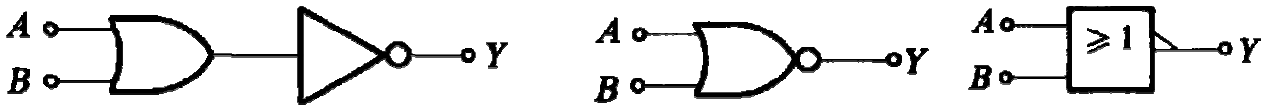
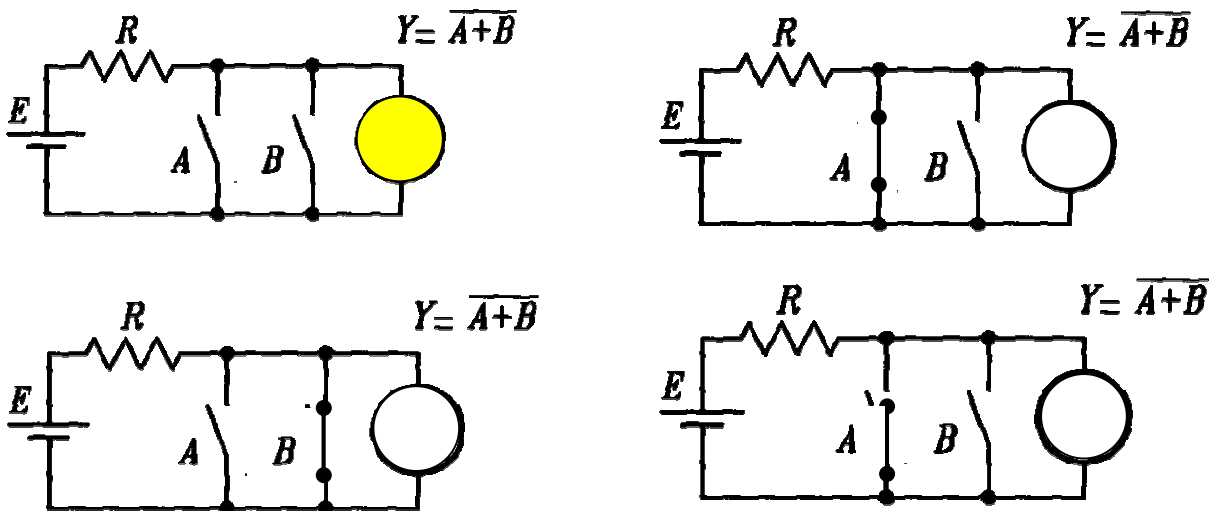


Tavola di verità. Come si vede da quest'ultima, l'uscita è il complemento dell'uscita della porta OR.

Ingressi		Uscite
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Schema a interruttori



Porta OR ESCLUSIVO (EX-OR)



Simbolo logico \oplus

La funzione di commutazione a due variabili si indica:

$$Y = A \oplus B$$

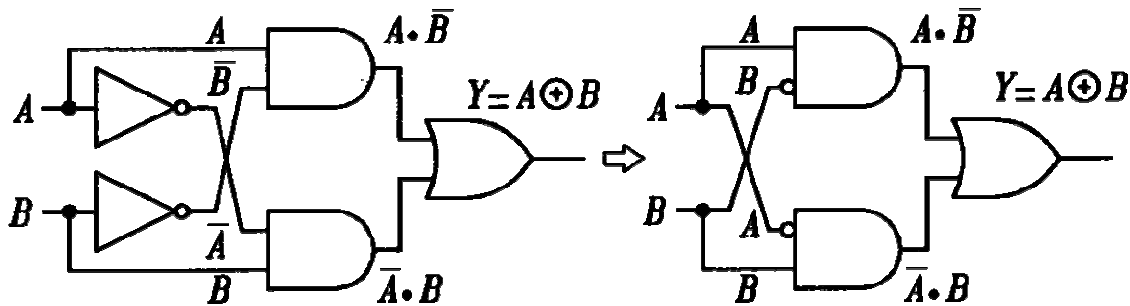
oppure

$$Y = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B$$

Tavola di verità

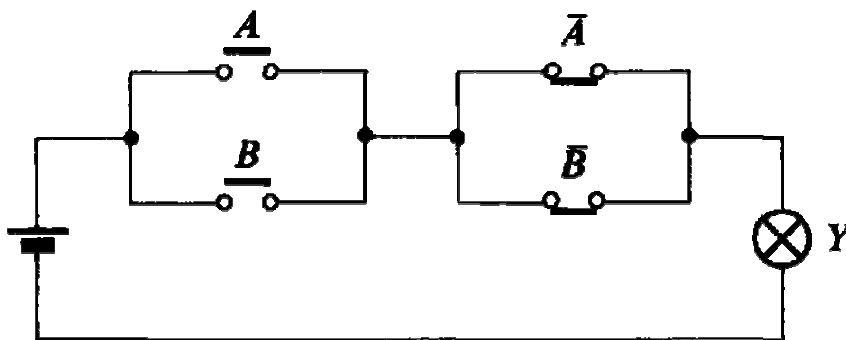
Ingressi		Uscite
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Questa porta, spesso indicata con le abbreviazioni EX-OR e XOR, fornisce uscita alta quando gli ingressi A o B sono alti, escludendo però il caso in cui entrambi siano alti.



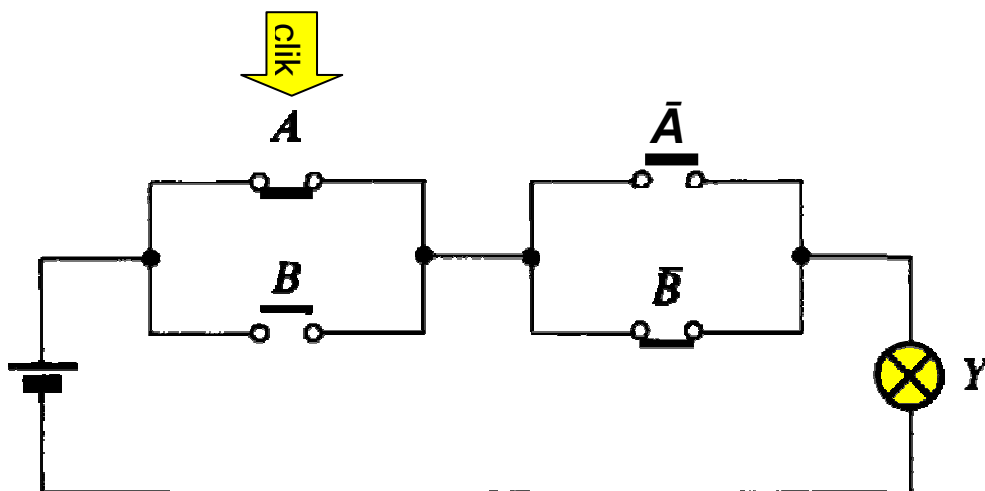
Schema a contatti:

sono presenti contatti che operano a due a due in modo sincrono complementare. Se A è chiuso, \bar{A} è aperto e viceversa; la stessa cosa vale per la coppia di B e \bar{B} .



$$Y = A \oplus B \quad \Leftrightarrow \quad Y = A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B,$$

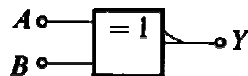
Esempio $A=1, B=0 \rightarrow Y=1$



Dal momento che $Y=H$ solo se i due ingressi sono diversi, la porta EX-OR può allora essere considerata come un rivelatore di disuguaglianza.

Porta NOR ESCLUSIVO (EX-NOR).

Indicata anche con l'abbreviazione EX-NOR, questa porta si ottiene negando l'uscita della porta EX-OR, come indicato dal circoletto o dal triangolino presenti sull'uscita dei simboli standard. L'operatore NOR-ESCLUSIVO (EXNOR).



Ingressi		Uscita
A	B	Y
L	L	H
L	H	L
H	L	L
H	H	H

L'operatore NOR-ESCLUSIVO (EXNOR) rappresenta la negazione della funzione logica OR-ESCLUSIVO, pertanto può essere definita nel seguente modo:

Fornisce lo stato «0» all'uscita quando gli ingressi sono diversi tra loro, ovvero fornisce uscita «1» quando gli ingressi sono eguali.

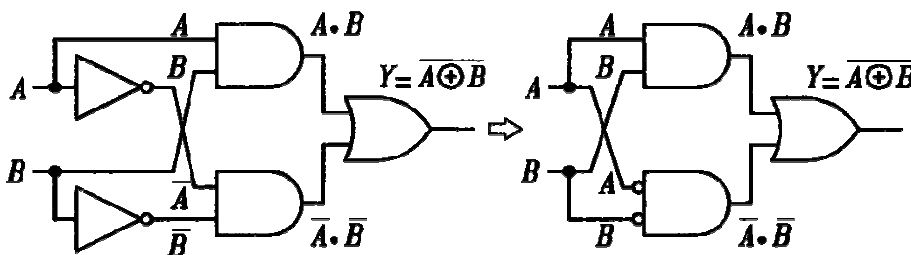
L'operatore NOR-ESCLUSIVO (EXNOR).

Funzione di commutazione (due variabili):

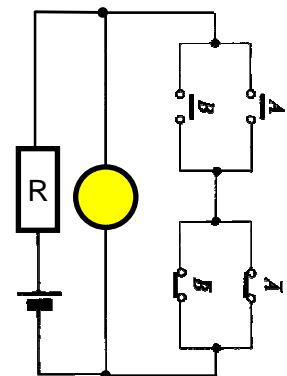
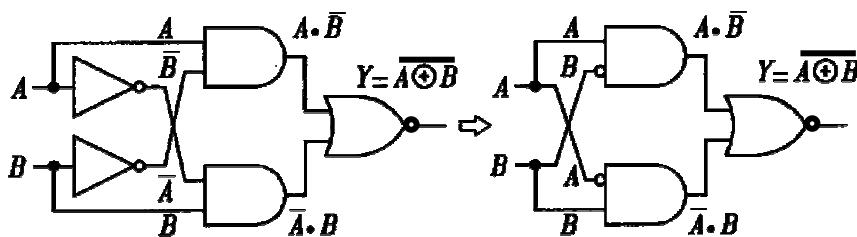
1) in base alla definizione: $Y = A \cdot B + \overline{A \cdot B}$

2) come negata dell'EXOR: $Y = \overline{A \oplus B}$

1- Porta NOR ESCLUSIVO (EX-NOR) in base alla definizione: $Y = A \cdot B + \overline{A \cdot B}$.



2- EXNOR come negata dell'EXOR $Y = \overline{A \cdot B + \overline{A \cdot B}} = \overline{A \oplus B}$

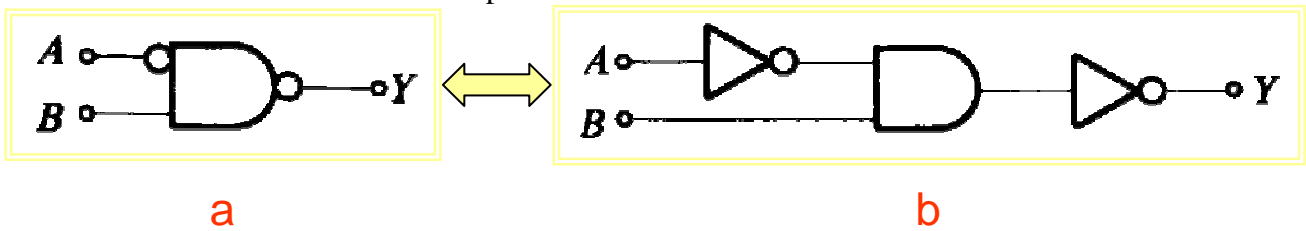


Poiché fornisce in uscita un livello alto solo quando gli ingressi sono uguali, questa porta può essere considerata come un rivelatore di uguaglianza.








Ingressi		Uscite
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Come si è visto nei simboli delle porte NAND, NOR, EX-NOR, la **NOT** può ridursi, quando segue un'altra porta, ad un semplice circoletto.

Questo simbolo di negazione può essere collocato anche sugli ingressi di una porta; ad esempio la porta NAND con un ingresso negato di fig. a equivale al circuito di fig. b, dove le porte NOT sono state indicate con il loro simbolo completo.



Riepilogo

Nome	Simbolo	Funzione di commutazione.	Tabella di verità		
			A	B	Y
NOT		$Y = \bar{A}$	1		0
AND		$Y = A \cdot B$	0 0 1 1	0 1 0 1	0 0 0 1
OR		$Y = A + B$	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 1
NAND		$Y = \overline{A \cdot B}$	0 0 1 1	0 1 0 1	1 1 1 0
NOR		$Y = \overline{A + B}$	0 0 1 1	0 1 0 1	1 0 0 0
EXOR		$Y = A \oplus B$	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0
EXNOR		$Y = \overline{A \oplus B}$	0 0 1 1	0 1 0 1	1 0 0 1