

**ISTITUTO PROFESSIONALE PER L'INDUSTRIA L'ARTIGIANATO**

**63039 SAN BENEDETTO DEL TRONTO (AP)**

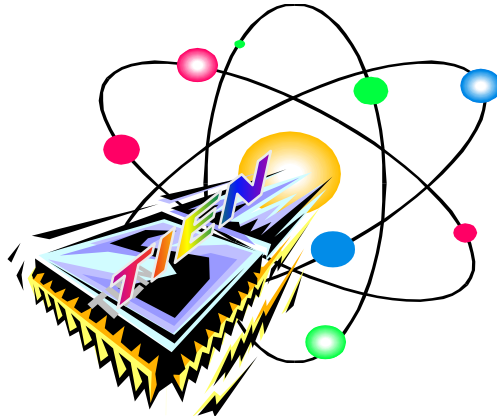
**Classe 4 A TIEN**

**Anno Scolastico 2007/2008**

**Modulo 2**

**Risposta in frequenza nei sistemi lineari**

**Diagrammi di Bode**



**Sistemi, automazione e organizzazione della produzione**

**Internet:** <http://didattica2000.altervista.org>  
<http://www.ipia.it>

## 1 - Introduzione.

Si dimostra che un sistema sollecitato da un segnale sinusoidale fornisce a regime una risposta sinusoidale con un'ampiezza e con una fase generalmente diverse da quelle della sollecitazione applicata. Sulla base di queste considerazioni è stato sviluppato un metodo di analisi e di progettazione dei sistemi basato sulla risposta in frequenza.

**Per risposta in frequenza si deve intendere la risposta a regime di un sistema sollecitato da un segnale sinusoidale.**

Nell'analisi di un sistema per mezzo della risposta in frequenza la variabile complessa  $s$  è costituita dalla sola parte immaginaria  $j\omega$ , la funzione di trasferimento, a regime, è funzione della sola variabile  $j\omega$  ed è caratterizzata da un modulo e da una fase che possono essere facilmente rappresentati in modo grafico.

L'analisi di un sistema nel dominio della frequenza risulta particolarmente agevole perché in laboratorio si possono utilizzare generatori di segnali sinusoidali con range di frequenza e di ampiezza variabili. Un secondo vantaggio offerto da questa metodologia di studio consiste nella possibilità di ricavare la funzione di trasferimento di un sistema dall'analisi della sua risposta in frequenza effettuata sperimentalmente. In questo capitolo saranno introdotti i concetti principali dell'analisi in frequenza con particolare riferimento ai diagrammi di Bode

## 2 - Analisi della risposta in frequenza.

L'analisi della risposta in frequenza di un sistema, sollecitato da un segnale sinusoidale di ampiezza costante, può essere eseguita sperimentalmente rilevando per ogni valore di  $\omega$  il modulo e la fase della  $F(j\omega)$ .

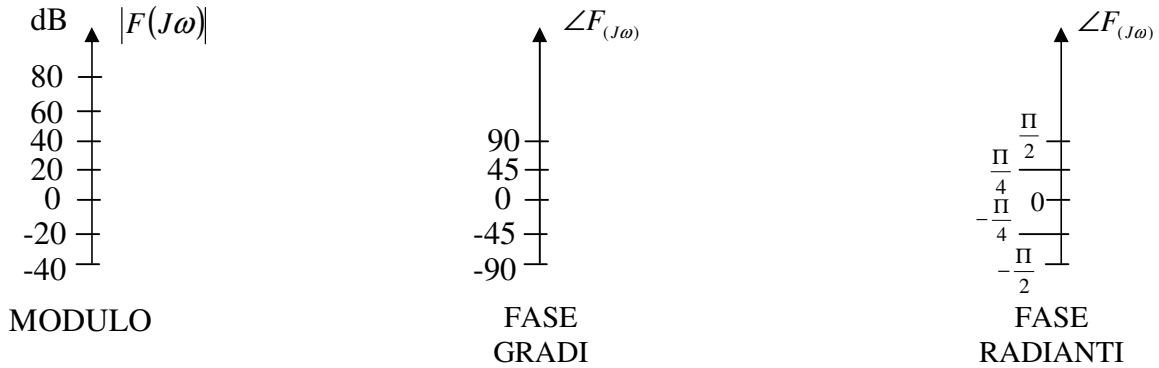
Una seconda metodologia di analisi consiste nel ricavare analiticamente i valori del modulo e della fase della  $F(j\omega)$  per  $\omega$  che varia da zero a più infinito. I risultati in ambedue i procedimenti, quello analitico e quello sperimentale, possono essere rappresentati graficamente ed il grafico assume una forma che varia con il sistema di coordinate utilizzato (cartesiano, polare, ecc.): il diagramma di Bode o logaritmico e il diagramma di Nyquist o polare sono le rappresentazioni maggiormente utilizzate.

L'analisi della risposta in frequenza si fonda sulla relazione tra la trasformata di Laplace della sollecitazione e quella della risposta. Si consideri, dunque, un sistema il quale abbia la funzione di trasferimento  $F(s)$

### 3 Diagrammi di Bode

Il diagramma di Bode è un diagramma cartesiano con il quale è possibile rappresentare in funzione della pulsazione  $\omega$  ( $\omega=2\pi f$ ) il modulo e la fase di una f.d.t.  $F(j\omega)$ .

Il modulo si esprime in decibel (dB), la fase in gradi o radianti, e sono sempre riportati sull'asse delle ordinate in scala lineare.



$$|F(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} |F(j\omega)|$$

esempio

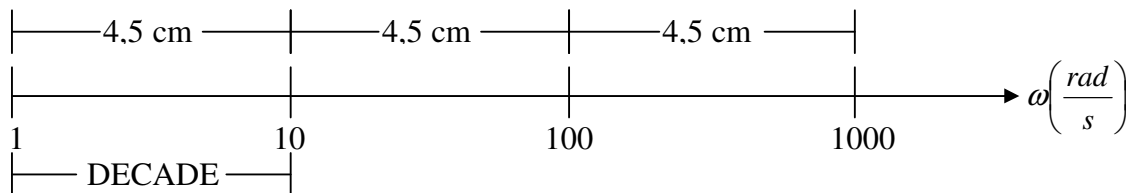
$$|F(j\omega)| = 100$$

$$|F(j\omega)|_{dB} = 20 \log |F(j\omega)|$$

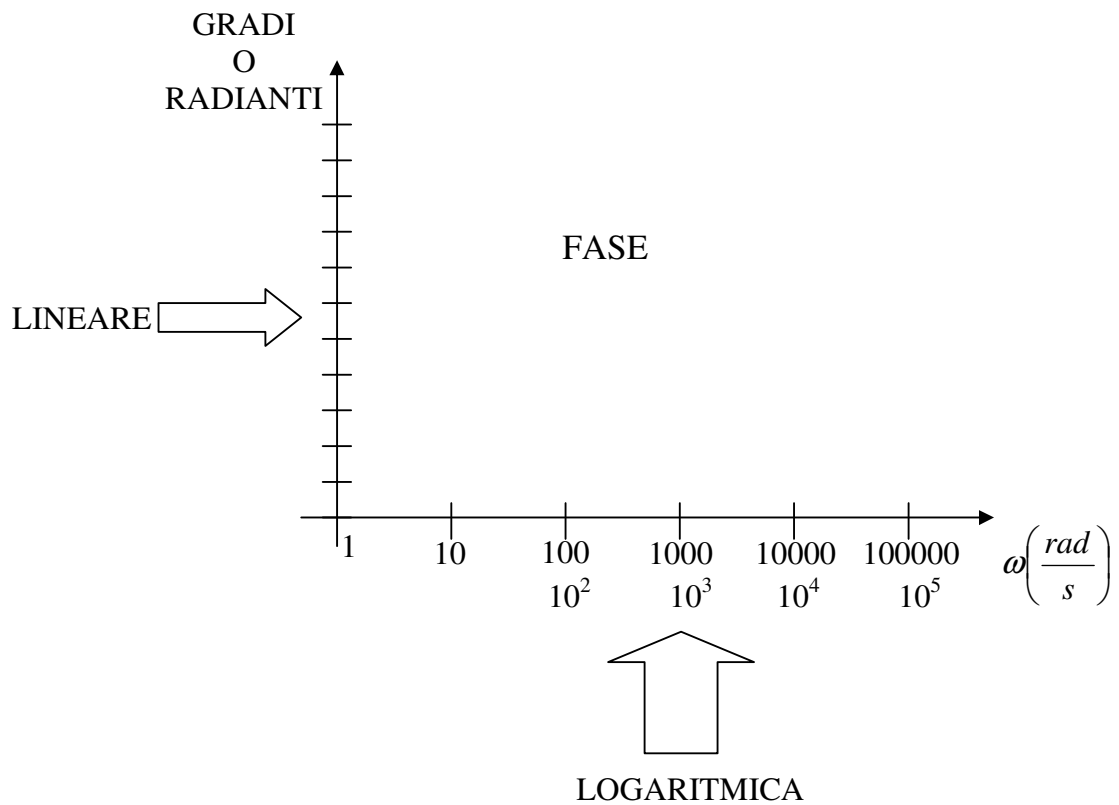
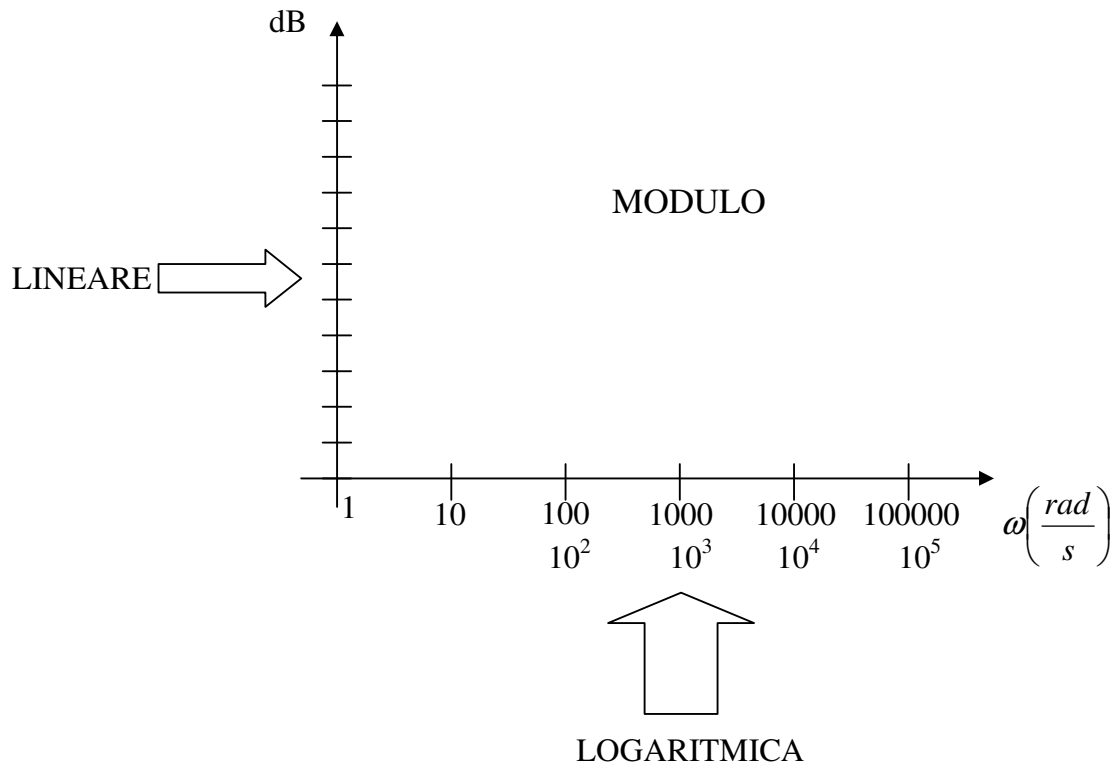
$$|F(j\omega)|_{dB} = 20 \log 100 = 20 * 2 = 40dB$$

$$Y = \log_{10} X \Rightarrow X = 10^Y \left\{ \begin{array}{l} \log 0,001 = -3 \\ \log 0,01 = -2 \\ \log 0,1 = -1 \\ \log 1 = 0 \\ \log 10 = 1 \\ \log 100 = 2 \\ \log 1000 = 3 \end{array} \right.$$

La pulsazione  $\omega$  è riportata sull'asse delle ascisse in scala logaritmica (base 10)

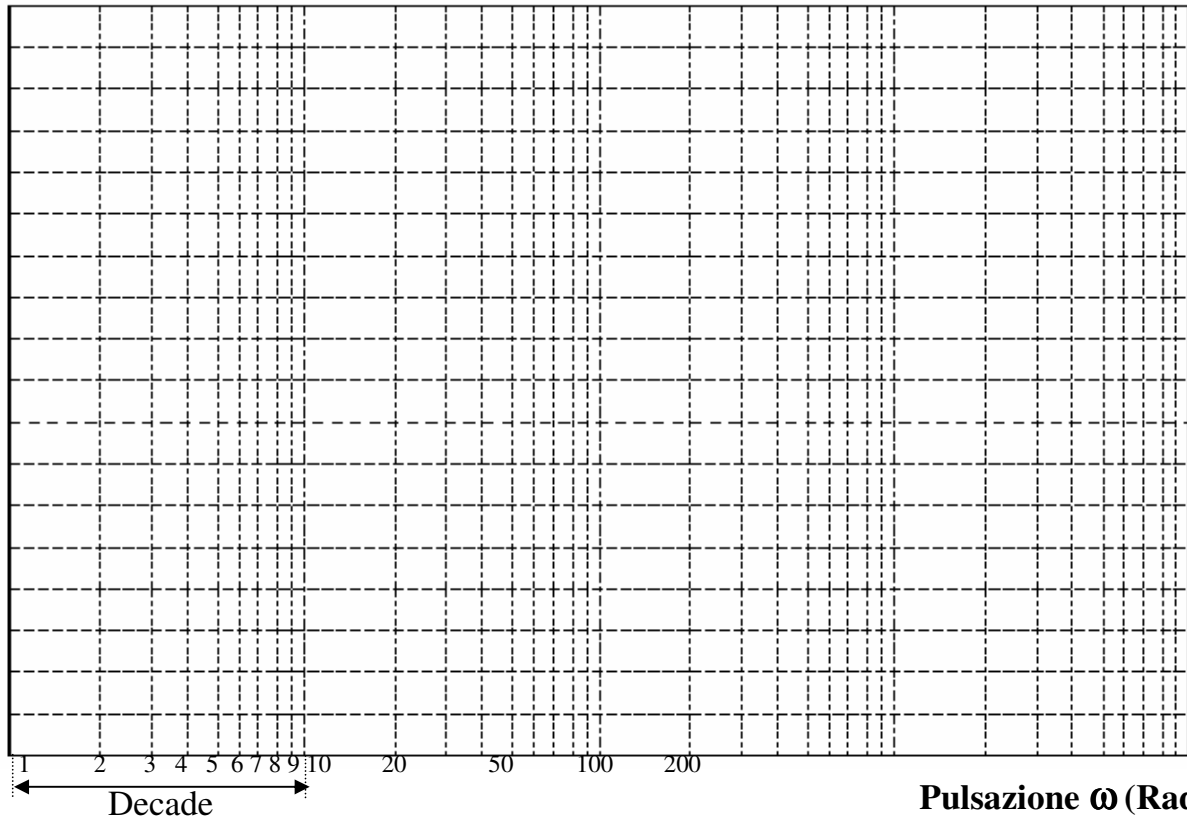


In tal modo il modulo e la fase della f.d.t. possono avere una rappresentazione efficace sui fogli di carta semilogaritmica.

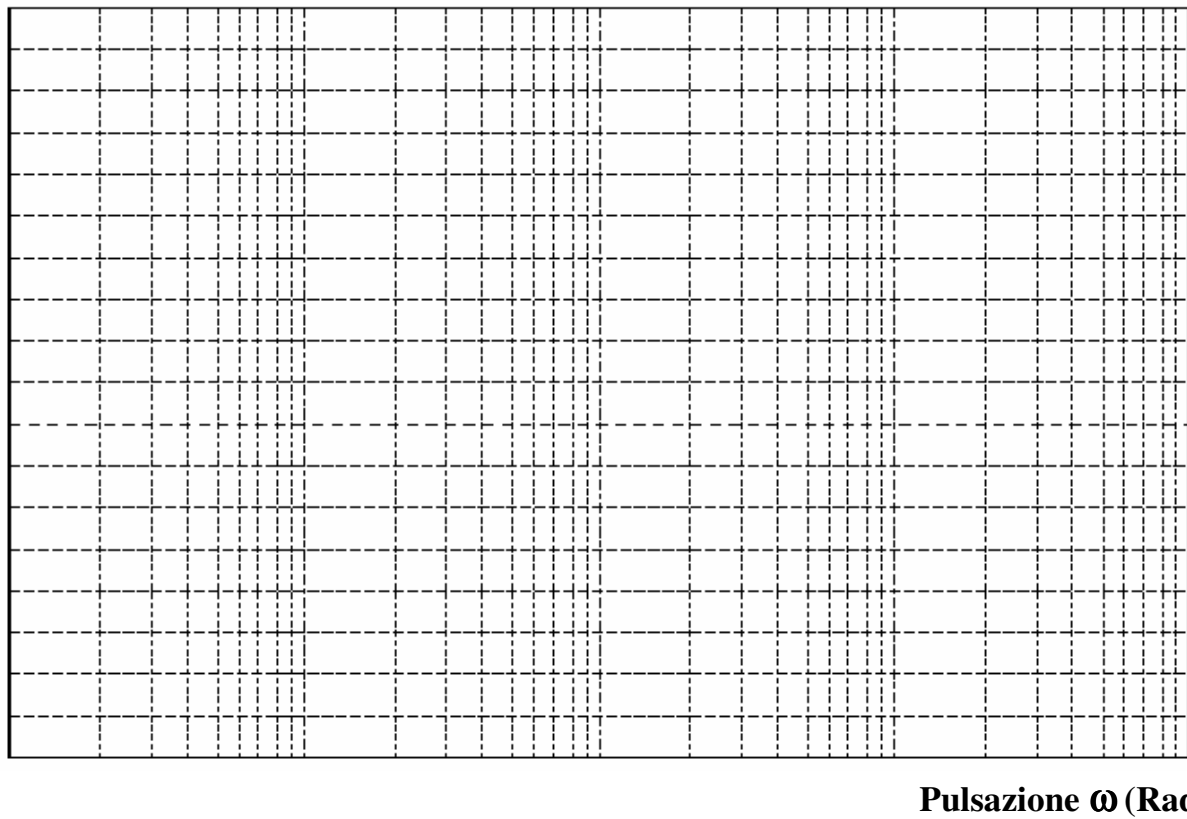


Nella scala logaritmica la suddivisione (1,10,10<sup>2</sup>,10<sup>3</sup>,10<sup>4</sup>,ecc.) si chiama decade

**Modulo (dB)**



**Fase (gradi / radianti)**



Per tracciare rapidamente i diagrammi di BODE (modulo e fase) di una f.d.t. è necessario che essa sia scritta in una forma opportuna, detta forma di BODE.

$$F(s) = K_0 \frac{(1 + \tau_{1s}) * (1 + \tau_{2s}) * (1 + \tau_{3s}) \dots}{S^n (1 + T_{1s}) * (1 + T_{2s}) \dots}$$

Esempio

$$F(s) = \frac{100(1 + 3S)}{S(1 + 2S)}$$

dove:

$K_0$  = costante reale

$\tau_1, \tau_2, \tau_3,$  = costante di tempo (dello zero)

$T_1, T_2, \dots$  = costante di tempo (del polo)

**Per tracciare il diagramma asintotico del modulo della f.d.t. è necessario:**

1. tracciare preliminarmente il diagramma asintotico del modulo dei singoli termini i quali, come si vedrà coincideranno quasi sempre con i diagrammi dei termini elementari che saranno esaminati di seguito.
2. aggiungere per ogni ascissa le ordinate dei singoli termini.

**Per tracciare il diagramma asintotico della fase della f.d.t. è necessario:**

1. tracciare preliminarmente il diagramma della fase dei singoli termini.
2. aggiungere per ogni ascissa l'ordinata dei singoli termini.

In tutti e due i casi la funzione di trasferimento deve essere espressa nella forma di BODE, se essa non è in questa forma apportare le dovute semplificazioni.

Di seguito saranno illustrate le procedure che bisogna seguire per tracciare i diagrammi di Bode delle funzioni elementari.